PROGRAMME DE KHÔLLE DE LA SEMAINE N°7

L'oral commencera avec une question de cours issue de la la liste des questions de cours associée à ce programme et sera évaluée sur 4 points. La réponse à cette question de cours doit être rapide et précise! (Pas plus de 20 minutes)

• **Cours** :

CHAPITRE I FONCTIONS VECTORIELLES ET COURBES PLANES PARAMÉTRÉES

Reprise du programme précédent en insistant plutôt sur

II-3) Branches infinies

Les élèves doivent :

- définir et identifier les branches infinies d'une courbe et reconnaître les asymptotes et les branches paraboliques
- pouvoir préciser localement l'allure de la courbe

II-4) Plan d'étude d'une courbe paramétrée

Les élève doivent savoir utiliser le tableau commun des variations d'une courbe paramétrée pour finaliser le tracé.
On pourra consulter la fiche méthode sur les tableaux communs de variations
Les élèves doivent :

- repérer les symétries d'une courbe paramétrée (éventuellement avec une indication pour les symétries hors périodicité et parité) et expliquer la réduction du domaine d'étude associée à une symétrie
- organiser l'étude d'une courbe paramétrée
  On veillera que les élèves justifient totalement les variations et les limites du tableau commun des variations.
- parvenir à obtenir une esquisse de la courbe en exploitant les informations recueillies à travers l'étude menée
- mener des études complémentaires à la demande de l'examinateur (point de rencontre avec les axes, point d'inflexion, point double)

On pourra consulter le TD n° 2 du chapitre 1

CHAPITRE II COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE

I) Produit de sous-espaces vectoriels

Les élèves doivent :

- savoir définir un produit cartésien de p espaces vectoriels
- savoir qu'un produit cartésien de p espaces vectoriels sur un même corps est un espace vectoriel et préciser les lois et le zéros
- savoir déterminer la dimension d'un produit cartésien de p espaces vectoriels de dimensions finies

II) Somme de sous-espaces vectoriels, somme directe de sous-espaces vectoriels

II-1) Sev supplémentaire dans un espace vectoriel (rappels PTSI)

Les élèves doivent :

- repérer la caractérisation à utiliser pour démontrer que des sev sont supplémentaires (cas $\dim < +\infty$ ou dim quelconque)
- construire une stratégie (utilisation de sev engendré ou d'un retour à la définition pour prouver que F ou G sont des sev,rechercher des bases en dim $< +\infty$ pour obtenir $\dim F + \dim G = \dim E$, mise en place d'un raisonnement par analyse/synthèse pour prouver $E \subset F + G$ (cas dim qcq))

II-2) Somme d'un nombre fini de sous-espace vectoriel II-3) Somme directe de sous-espace vectoriel

Les élèves doivent :

- savoir définir et utiliser les notions de sommes finie de sous-espace vectoriel et de somme finie directe de sous-espace vectoriel
- caractériser une somme directe par le fait que l'unique décomposition du vecteur nul dans cette somme est triviale
  Attention! C'est la seule caractérisation au programme. Pas de caractérisation avec des intersections
  Les élèves doivent pouvoir toutefois démontrer l'équivalence de cette définition avec la caractérisation $F \cap G = \{0_E\}$ vu dans le cas de deux sev en PTSI.

— définir une base adaptée à une décomposition en somme directe en dimension finie
— connaître le résultat sur la dimension d'une somme directe de sev de dimension finie

On pourra consulter le TD n° 1 du chapitre 2 sur la notion du sev supplémentaires

II-3) Sous-espace vectoriel stable

Les élèves doivent :

— savoir définir les notions de sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme et d'endomorphisme induit associé à un sev stable
— pouvoir caractériser matriciellement en dimension finie la stabilité d'un sev par un endomorphisme par la présence d'un bloc nul dans la matrice de l'endomorphisme dans une base adaptée

On pourra consulter le TD n° 2 du chapitre 2 sur les notions de sev stable et de sommes directes.

III) Hyperplans

Les élèves doivent :

— connaître la définition d'un hyperplan (sev admettant une droite vectorielle comme supplémentaire) et la caractérisation des hyperplans en dimension finie (sev de dimension $\dim \mathrm{E} - 1$)
— savoir qu'un hyperplan de E est caractérisé dans une base de E par une équation
$a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n = 0$ avec $(a_1, \ldots, a_n) \neq (0, \ldots, 0)$ fixé dans $\mathbb{K}^n$ où $(x_1, \ldots, x_n)$ sont les coordonnées d'un vecteur dans la base.
— savoir qu'une intersection de p hyperplans est un sev de dimension au moins $n - p$ et qu'un sev de dimension $n - p$ est une intersection de p hyperplans (traduction en termes de système d'équations pour un sev)

Le Td n°3 du chapitre 3 sur les hyperplans sera traité lundi après-midi

IV) Trace d'une matrice carrée

Les élèves doivent :

— définir la trace d'une matrice carrée et savoir qu'elle réalise une application linéaire de $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$
— connaître et démontrer le résultat sur la trace d'un produit
— savoir que la trace est invariante par transposition

• ***Exercices*** :

- Tous les exemples et les exercices du chapitre I auront été traités.
- Les exemples 1 à 9 et les exercices 1,2 du chapitre II auront été traités

FIN