

PT : TD de révision sur les relations \sim et o

1. Donner un équivalent en 0 et en $+\infty$ de $f(x) = \ln x + (\ln x)^2 + e^x$ et de $g(x) = x \operatorname{Arctan} x - \ln(1 + x^2)$
2. Déterminer : a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + \tan x)(\sqrt{1 + x^2} - 1)}{\ln(1 + x^k)}$ où $k \in \{2, 3, 4\}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x \ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
3. Donner le $DL_4(0)$ de $\ln(\cos x)$
4. Soit la fonction f d'expression $f(x) = \frac{\operatorname{Arcsin} x}{\sqrt{1 - x^2}}$
 - (a) Justifier que f est de classe C^∞ sur $] -1, 1[$ et calculer $f'(x)$
 - (b) Déterminer alors $a :] -1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que, pour tout $x \in] -1, 1[$, $f'(x) + a(x)f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$
 - (c) Déterminer un développement limité à l'ordre 4 en 0 de $\frac{1}{1 - x^2}$ et de $a(x)$
 - (d) En déduire un développement limité à l'ordre 5 de f en 0
On pourra utiliser une approche par coefficients indéterminés sur le DL de $f'(x)$

PT : TD de révision sur les relations \sim et o

1. Donner un équivalent en 0 et en $+\infty$ de $f(x) = \ln x + (\ln x)^2 + e^x$ et de $g(x) = x \operatorname{Arctan} x - \ln(1 + x^2)$
2. Déterminer : a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + \tan x)(\sqrt{1 + x^2} - 1)}{\ln(1 + x^k)}$ où $k \in \{2, 3, 4\}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x \ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
3. Donner le $DL_4(0)$ de $\ln(\cos x)$
4. Soit la fonction f d'expression $f(x) = \frac{\operatorname{Arcsin} x}{\sqrt{1 - x^2}}$
 - (a) Justifier que f est de classe C^∞ sur $] -1, 1[$ et calculer $f'(x)$
 - (b) Déterminer alors $a :] -1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que, pour tout $x \in] -1, 1[$, $f'(x) + a(x)f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$
 - (c) Déterminer un développement limité à l'ordre 4 en 0 de $\frac{1}{1 - x^2}$ et de $a(x)$
 - (d) En déduire un développement limité à l'ordre 5 de f en 0
On pourra utiliser une approche par coefficients indéterminés sur le DL de $f'(x)$

PT : TD de révision sur les relations \sim et o

1. Donner un équivalent en 0 et en $+\infty$ de $f(x) = \ln x + (\ln x)^2 + e^x$ et de $g(x) = x \operatorname{Arctan} x - \ln(1 + x^2)$
2. Déterminer : a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + \tan x)(\sqrt{1 + x^2} - 1)}{\ln(1 + x^k)}$ où $k \in \{2, 3, 4\}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x \ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
3. Donner le $DL_4(0)$ de $\ln(\cos x)$
4. Soit la fonction f d'expression $f(x) = \frac{\operatorname{Arcsin} x}{\sqrt{1 - x^2}}$
 - (a) Justifier que f est de classe C^∞ sur $] -1, 1[$ et calculer $f'(x)$
 - (b) Déterminer alors $a :] -1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que, pour tout $x \in] -1, 1[$, $f'(x) + a(x)f(x) = \frac{1}{1 - x^2}$
 - (c) Déterminer un développement limité à l'ordre 4 en 0 de $\frac{1}{1 - x^2}$ et de $a(x)$
 - (d) En déduire un développement limité à l'ordre 5 de f en 0
On pourra utiliser une approche par coefficients indéterminés sur le DL de $f'(x)$