

**DEVOIR MAISON N° 7**

« J'aimais et j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes

comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague, mes deux bêtes d'aversion. »

STENDHAL (1783-1842), écrivain français

On considère la série entière  $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$  où  $(a_n)_{n \geq 0}$  vérifie :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, a_{n+1} = a_n + \frac{2}{n+1} a_{n-1} \text{ et } a_0 = a_1 = 1$$

1. Prouver que :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq a_n \leq n^2$ .
2. En déduire le rayon R de convergence de la série entière.
3. Montrer que la somme S de cette série vérifie une EDL<sub>1</sub> sans second membre sur  $] - R, R[$ .
4. Déterminer S.