

DEVOIR MAISON N° 7

« J'aimais et j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes

comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague, mes deux bêtes d'aversion. »

STENDHAL (1783-1842), écrivain français

On considère la série entière $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$ où $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, a_{n+1} = a_n + \frac{2}{n+1} a_{n-1} \text{ et } a_0 = a_1 = 1$$

1. Prouver que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq a_n \leq n^2$.
2. En déduire le rayon R de convergence de la série entière.
3. Montrer que la somme S de cette série vérifie une EDL₁ sans second membre sur $] - R, R[$.
4. Déterminer S.