

DEVOIR MAISON N° 4

« En sciences, ce qui est démontrable ne doit pas être admis sans démonstration »

Richard Dedekind (1831-1916), mathématicien allemand.

EXERCICE N° 6 On considère la courbe Γ :
$$\begin{cases} x(t) = t - \frac{\text{sh } t}{\text{ch } t} \\ y(t) = \frac{1}{\text{ch } t} \end{cases}$$

1. Construire la courbe Γ

2. Montrer que $x'(t)^2 + y'(t)^2 = \frac{\text{sh}^2 t}{\text{ch}^2 t}$ puis déterminer le repère de Frenet en un point régulier.

3. Déterminer alors le rayon de courbure en un point régulier.

4. Déterminer la développée de Γ à l'aide du rayon de courbure.

5. En remarquant que la normale à Γ en un point régulier est dirigée par $\vec{n}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{\text{sh } t} \\ 1 \end{pmatrix}$, déterminer la développée d'une autre façon en utilisant un calcul d'enveloppe.